

Capacitância



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

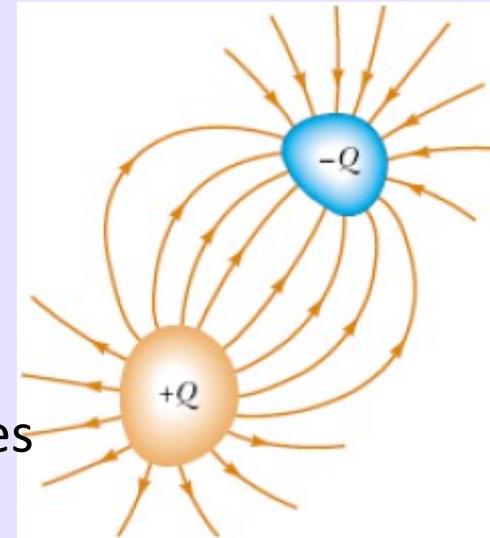
Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense
Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<http://cursos.if.uff.br/fisica2-2015/>

Capacitância

Capacitor → Dispositivo que armazena energia potencial no campo elétrico formado no seu interior

↳ É constituído por qualquer dois condutores separados por um isolante.



A diferença de potencial V que aparece entre os condutores é proporcional a carga Q no condutor.

$$\Rightarrow \frac{Q}{V} = C \quad \leftarrow \text{Capacitância}$$

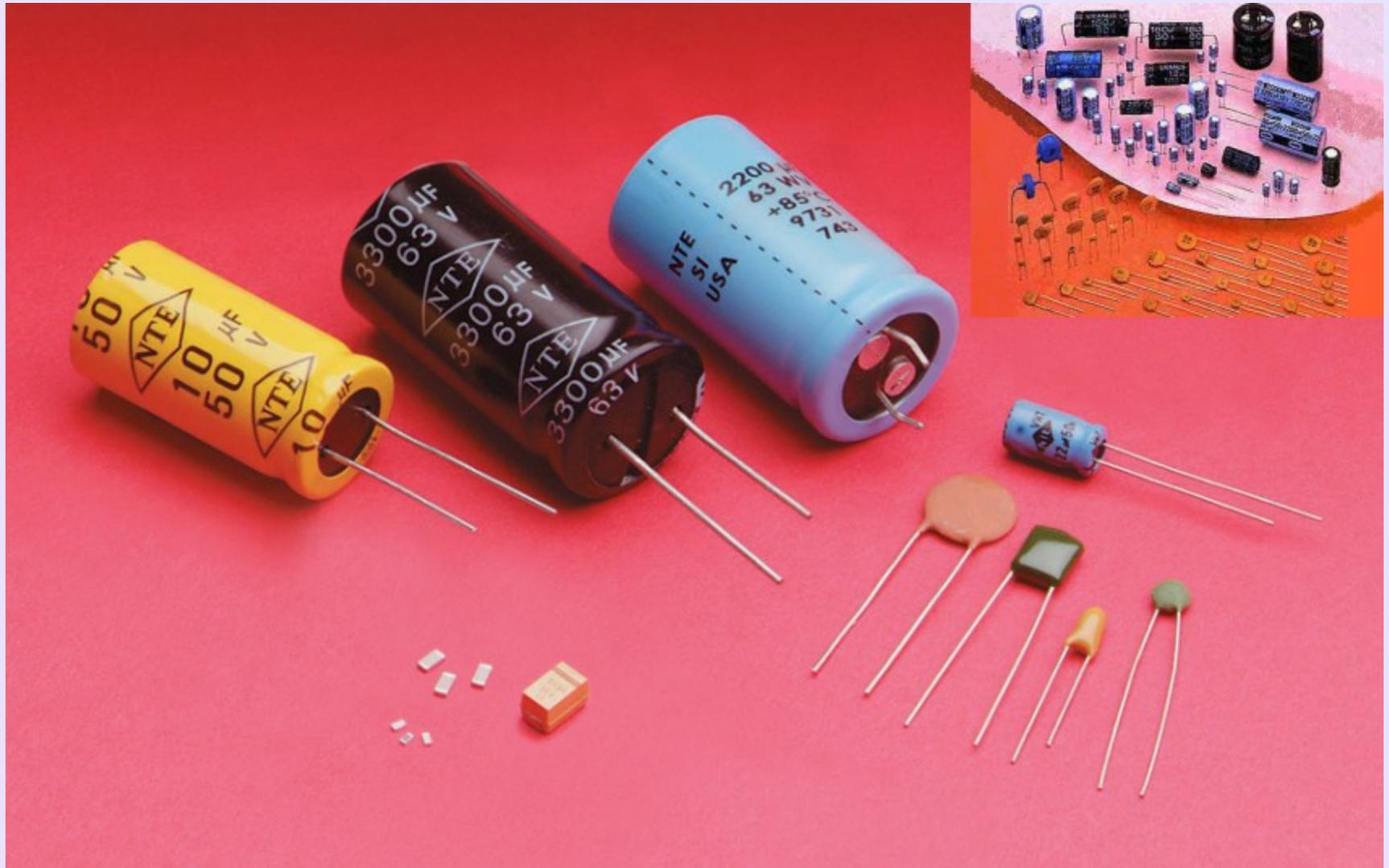
Capacitância → é a medida da capacidade de um condutor armazenar carga para uma dada diferença de potencial

No SI a capacitância é medida em farads (F).

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ coulomb/volt} = 1 \text{ C/V}$$



Capacitores



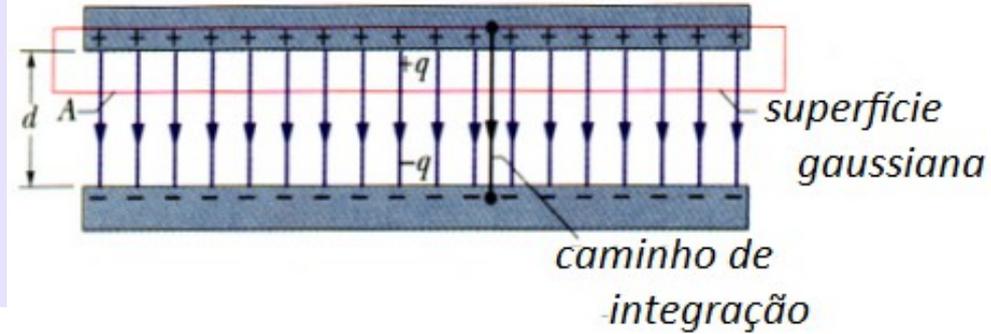
Capacitores



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Capacitores de Placas paralelas

- **Cálculo do campo elétrico entre as placas**

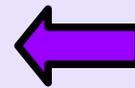


$$\text{Lei de Gauss} \Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} // d\vec{A} \Rightarrow \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \int dA = EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

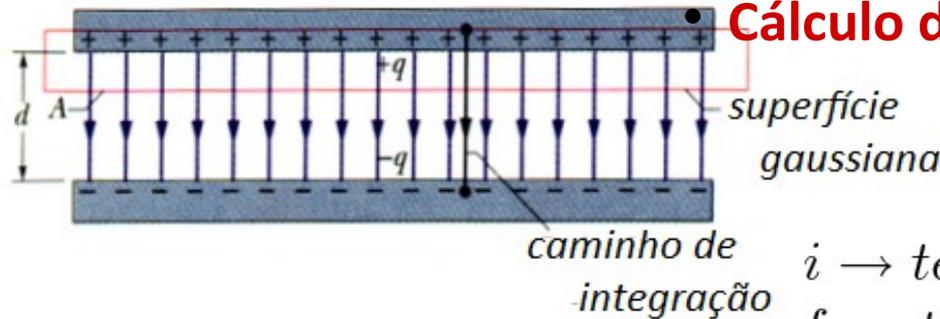
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$



Campo elétrico gerado entre as placas



Capacitor de Placas Paralelas



Cálculo da diferença de potencial entre as placas

$$\Delta V = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

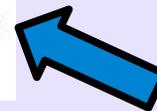
$$\left. \begin{array}{l} i \rightarrow \text{terminal } + \\ f \rightarrow \text{terminal } - \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta V = V_f - \underbrace{V_i}_0 = -V$$

$$\Rightarrow V = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} // d\vec{l} \Rightarrow V = \int_+^- E dl ; E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \underbrace{\int_+^- dl}_{=d}$$

$$\Rightarrow V = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$



Potencial elétrico entre as placas

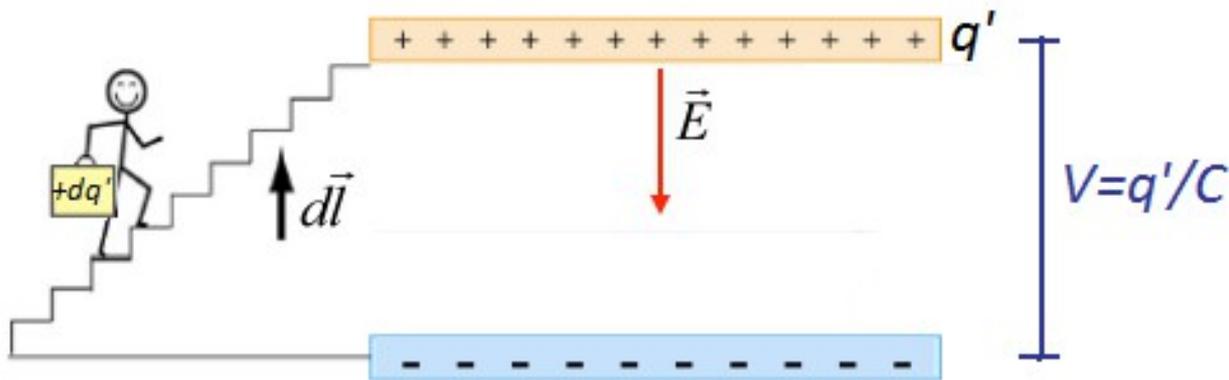
- Capacitância**

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

A capacitância só depende de fatores geométricos do capacitor.



Armazenando energia elétrica



Temos que realizar trabalho para colocar, contra o campo, uma diferencial de carga dq' na placa do capacitor com carga q' .



$$dW = dU = V dq'$$

$$* V = \frac{q'}{C} \rightarrow$$

diferença de potencial entre as placas no instante da transferência de dq'

$$\Rightarrow dU = \frac{q'}{C} dq'$$



Energia armazenada ao transferirmos dq' entre as placas

$$\Rightarrow U_T = \int dU = \int_0^Q \frac{q'}{C} dq'$$

$$\Rightarrow U_T = \frac{Q^2}{2C} \rightarrow$$

Energia total armazenada no capacitor



Energia armazenada no capacitor

Como $Q=CV$, podemos reescrever a energia armazenada na forma

$$\Rightarrow U_T = \frac{1}{2}CV^2$$

“Onde se encontra acumulada a energia de um capacitor?”

⇒ **No seu campo elétrico**

Qual é o valor da energia armazenada no campo elétrico de um capacitor de placas paralelas?

$$U = \frac{Q^2}{2C} \leftarrow \text{energia de um capacitor}$$

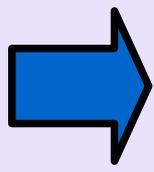
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \leftarrow \text{campo elétrico do capacitor}$$

$$\Rightarrow U = \frac{(E\epsilon_0 A)^2}{2C}$$



Energia armazenada no campo elétrico

Como no capacitor de placas paralelas $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$


$$U = \frac{\epsilon_0^2 E^2 A^2}{2\epsilon_0 A/d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \underbrace{Ad}_{Volume}$$

Vamos definir uma densidade de energia acumulada no campo

 densidade de energia

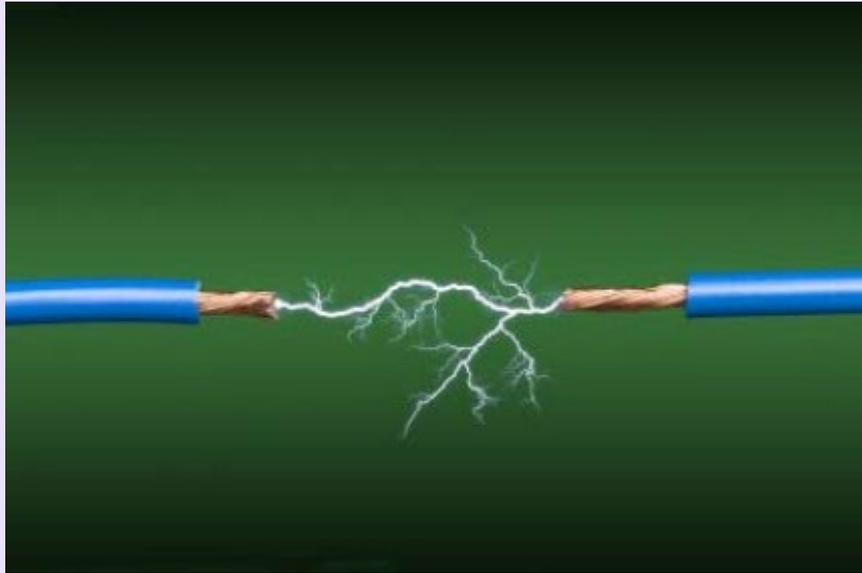
$$u = \frac{\text{energia}}{Volume} = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

 energia acumulada por unidade de volume

“Se existe um campo elétrico em um ponto do espaço, podemos considerar que neste ponto há uma energia armazenada”



Ruptura do dielétrico



A rigidez dielétrica de um certo material é um valor limite de campo elétrico aplicado sobre a espessura do material (kV/mm), sendo que, a partir deste valor, os átomos que compõem o material se ionizam e o material dielétrico deixa de funcionar como um isolante.

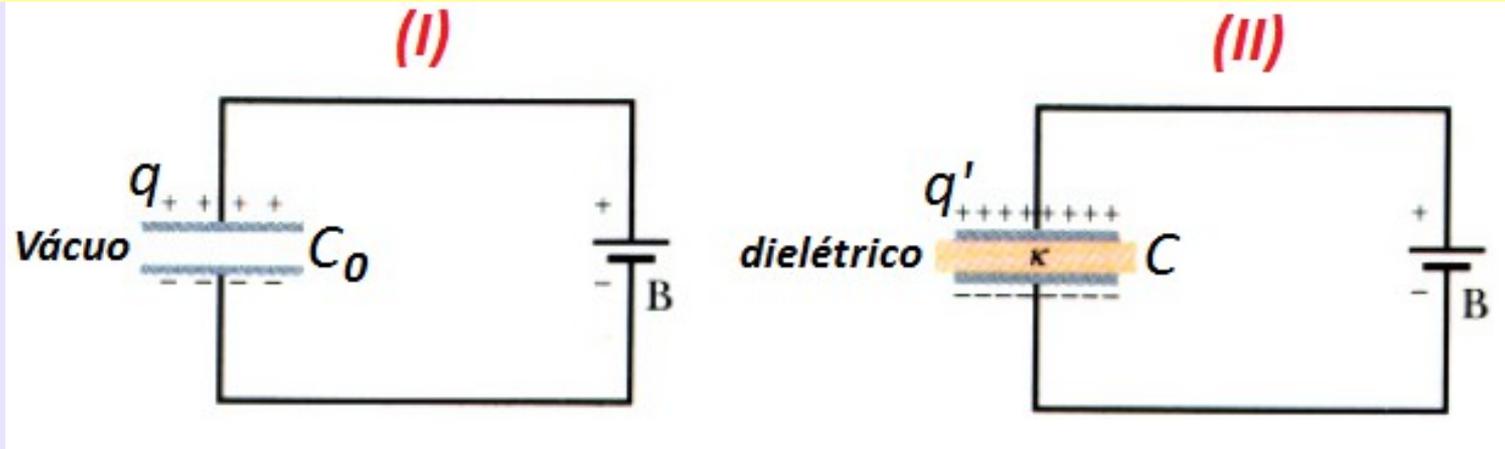
O valor da rigidez dielétrica depende de diversos fatores como:

- Temperatura.
- Espessura do dielétrico.
- Tempo de aplicação da diferença de potencial
- Taxa de crescimento da tensão.

	Material	Rigidez dielétrica (kV/cm)
1	Ar	30 ^[1]
2	Mica	600
3	Vidros	75 a 300



Capacitores com dielétrico



dielétrico → material não condutor

Com o mesmo potencial aplicado a quantidade de carga aumenta com o dielétrico

↳ $q' = Kq$

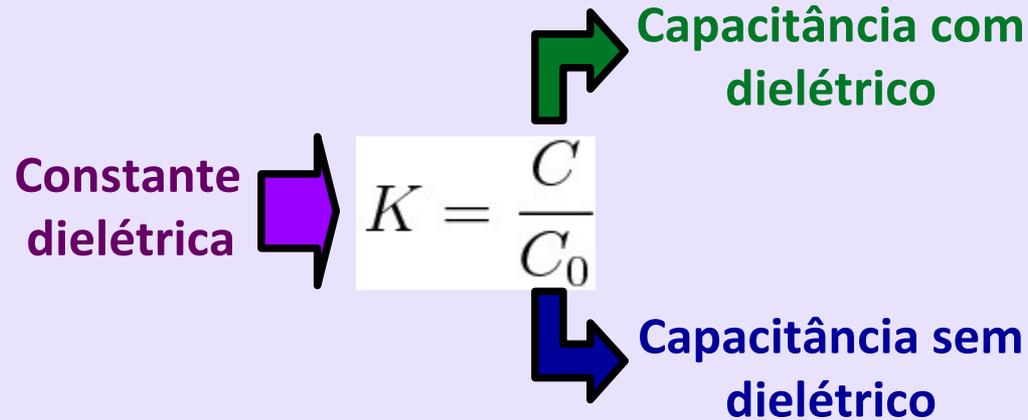
(I) $C_0 = \frac{q}{V}$

(III) $C = \frac{q'}{V} = \frac{Kq}{V}$

de (I) e (III) ⇒ $C_0 = \frac{q}{V} = \frac{C}{K}$



Capacitores com dielétrico



$$\Rightarrow C = KC_0 = \frac{K\epsilon_0 A}{d} \quad \text{Capacitância para um capacitor de placas paralelas com dielétrico}$$

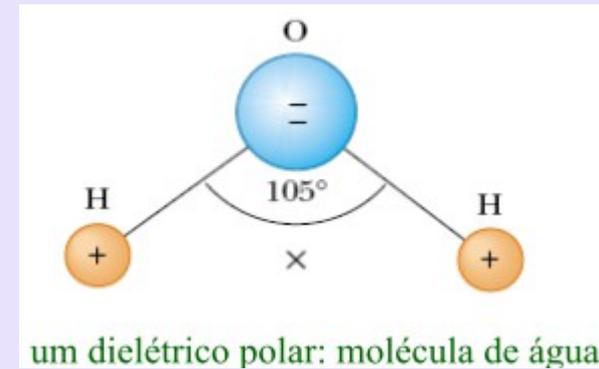
A capacitância de qualquer capacitor é aumentada por um fator K ($K > 1$), quando preenchemos a região de campo com um dielétrico.



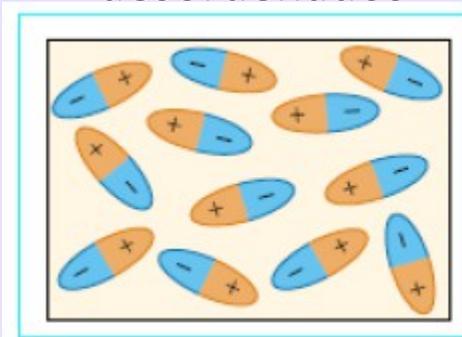
Uma visão atômica dos dielétricos

Dielétricos são materiais isolantes que podem ser polares ou não-polares.

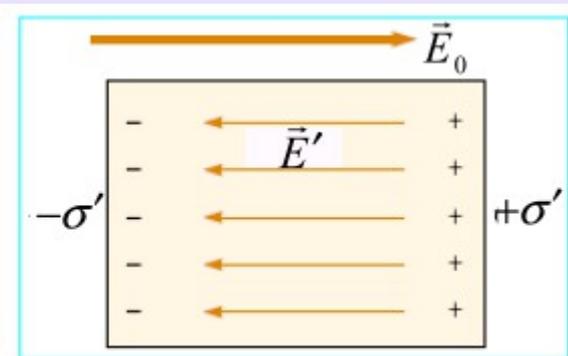
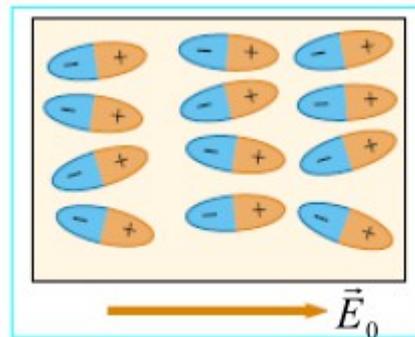
Dielétricos polares → as moléculas que os constituem possuem um momento de dipolo elétrico bem definido



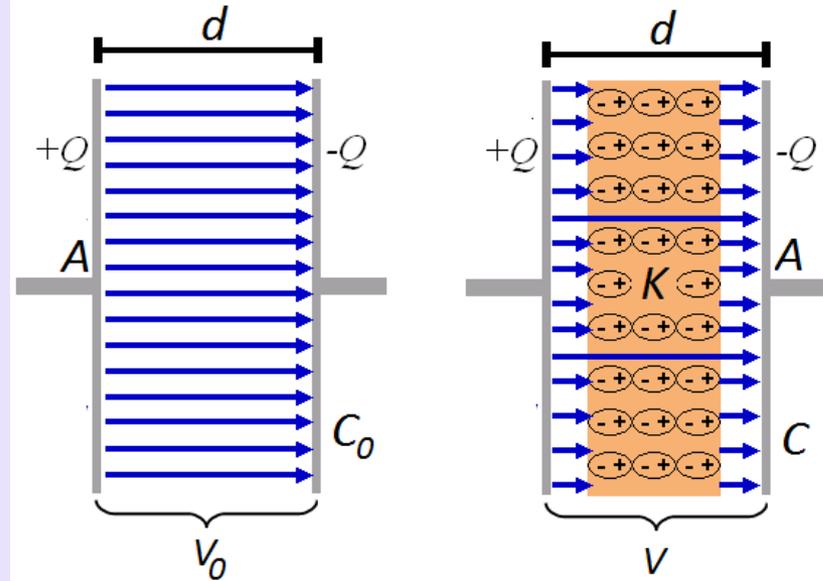
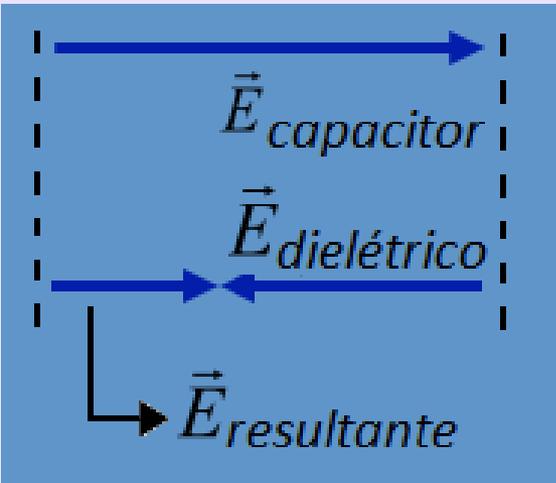
dipolos desordenados



dipolos alinhados com o campo externo



Uma visão atômica dos dielétricos



Campo sem dielétrico

$$E_0 = \frac{V_0}{d}; \quad V_0 = C_0 Q$$

Campo com dielétrico

$$E = \frac{V}{d}; \quad V = C Q$$

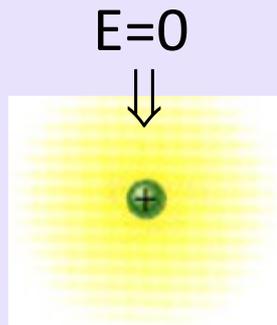
$$\Rightarrow K = \frac{C}{C_0} = \frac{Q/V}{Q/V_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E}$$

$$\Rightarrow E = \frac{E_0}{K} \rightarrow \text{O campo diminui de } K$$

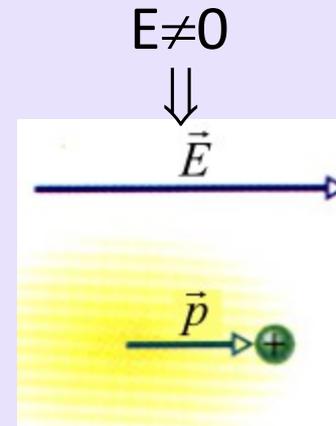


Uma visão atômica dos dielétricos

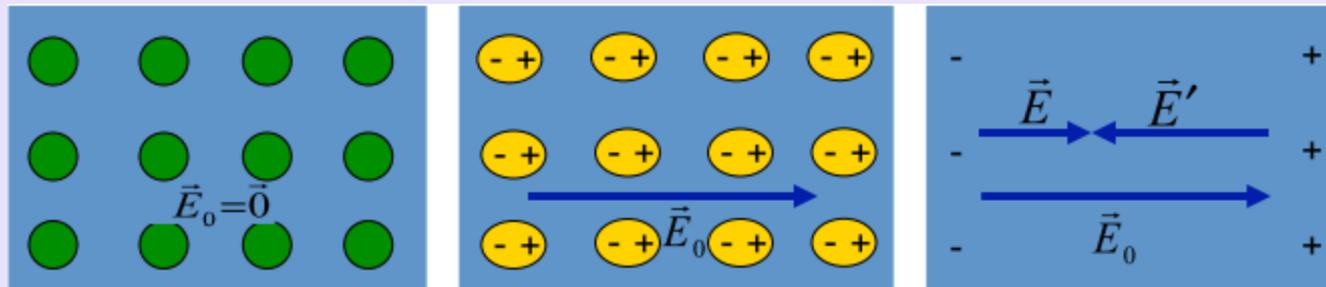
Dielétricos não-polares → moléculas que não possuem momento de dipolo elétrico permanente



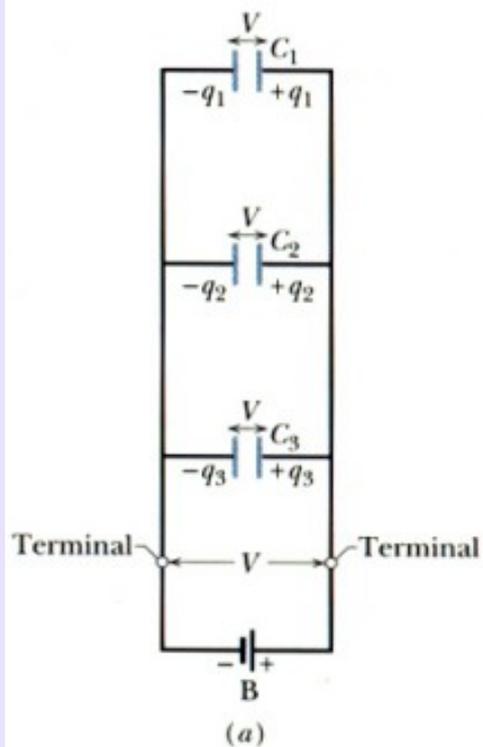
Os centros de cargas se coincidem



O campo elétrico induz um momento de dipolo



Capacitores em paralelo

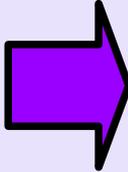


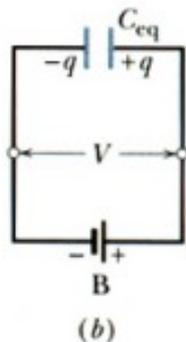
$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad e \quad q_3 = C_3 V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 \Rightarrow q = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

$$q = C_{eq} V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

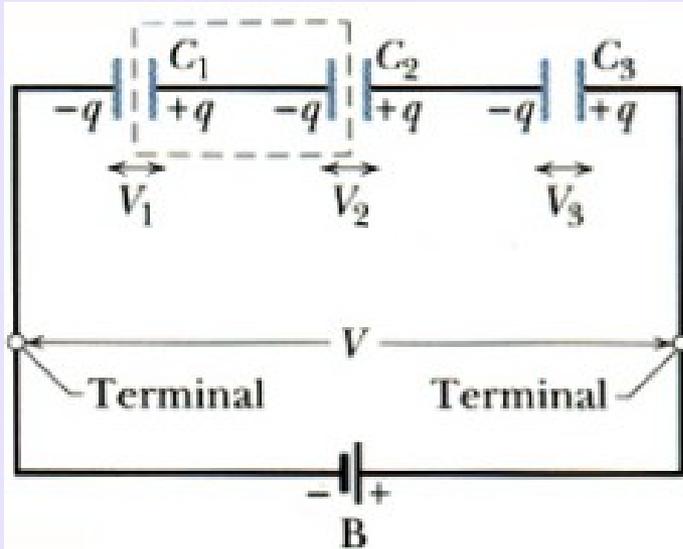

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$



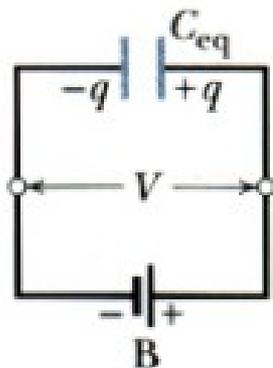
A capacitância equivalente de capacitores ligados em paralelo é sempre maior que qualquer das capacitâncias individuais.



Capacitores em série



(a)



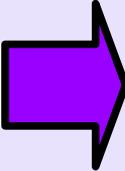
(b)

$$q = C_1 V_1, \quad q = C_2 V_2 \text{ e } q = C_3 V_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$V = \frac{q}{C_{eq}}$$

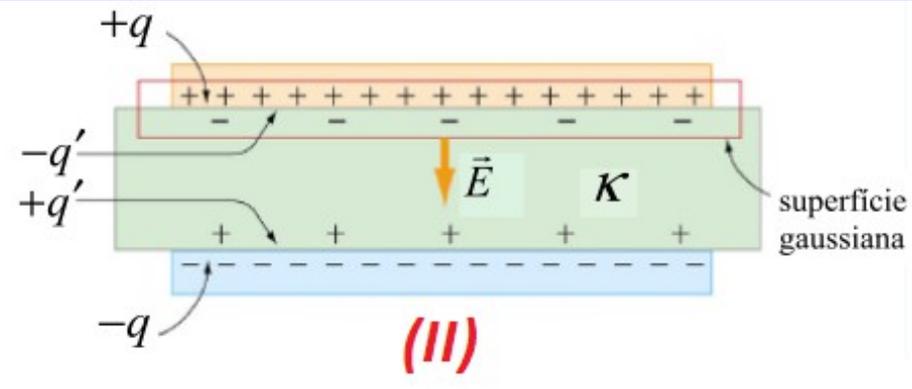
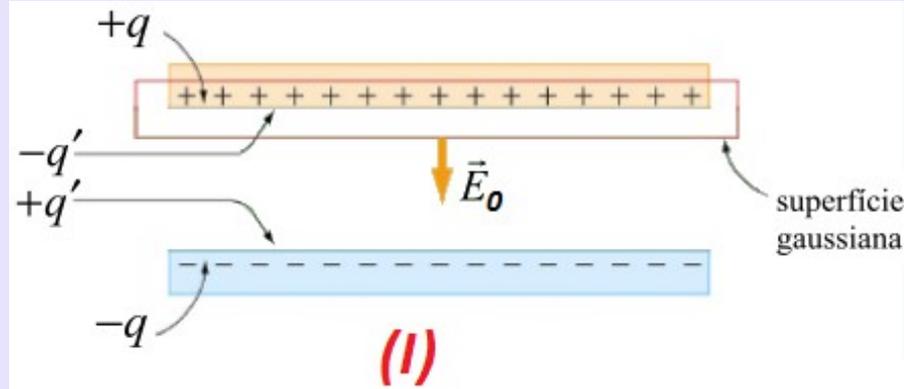
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$


$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

A capacitância equivalente de capacitores ligados em série é sempre menor que a menor capacitância individual.



Dielétricos e a lei de Gauss



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$E_0 A = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

$$\text{ou } E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

Carga superficial induzida

Carga livre



Dielétricos e a lei de Gauss

O dielétrico reduz o campo elétrico pelo fator K

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{K\epsilon_0 A} = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow q - q' = \frac{q}{K}$$

Assim, a lei de Gauss no interior de um dielétrico fica dada por:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0 K}$$

$$\text{ou } \oint K \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}^{livre}}{\epsilon_0}$$



Capacitor de placas enroladas

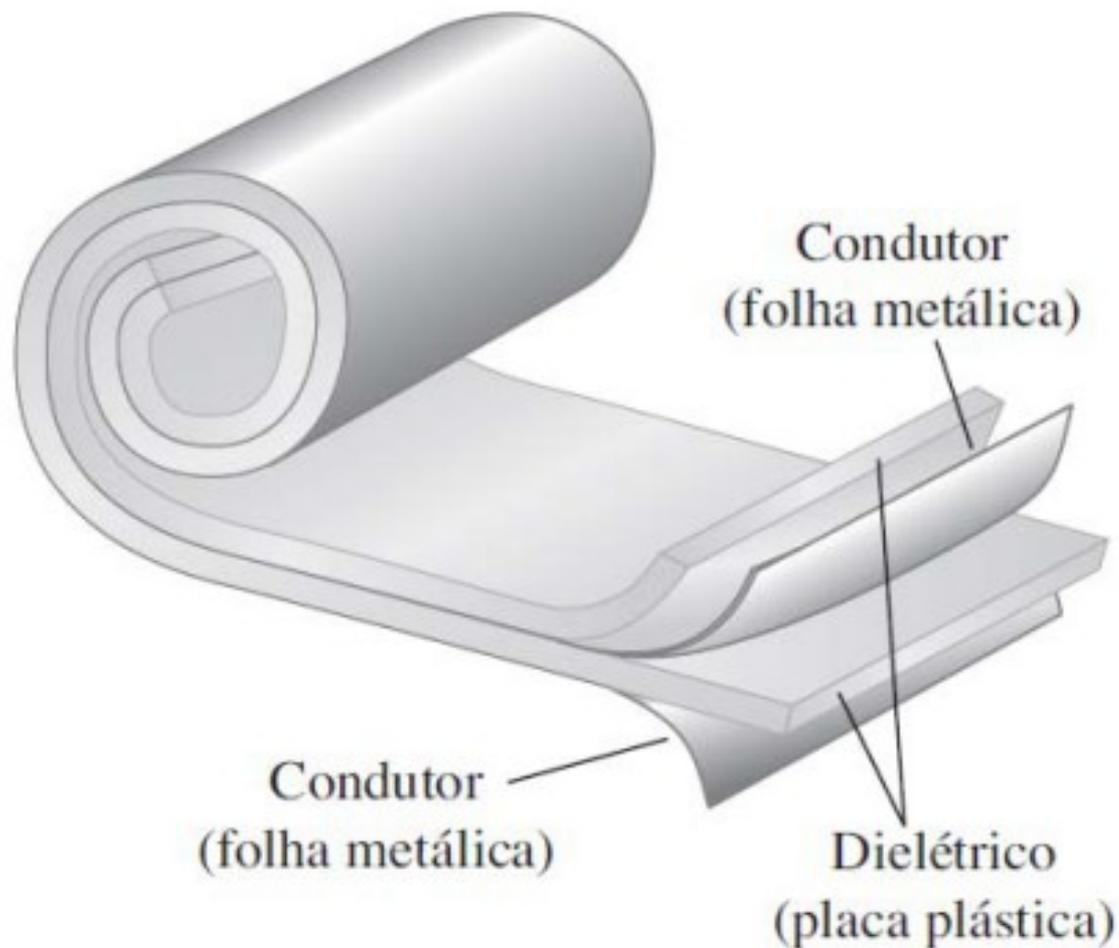
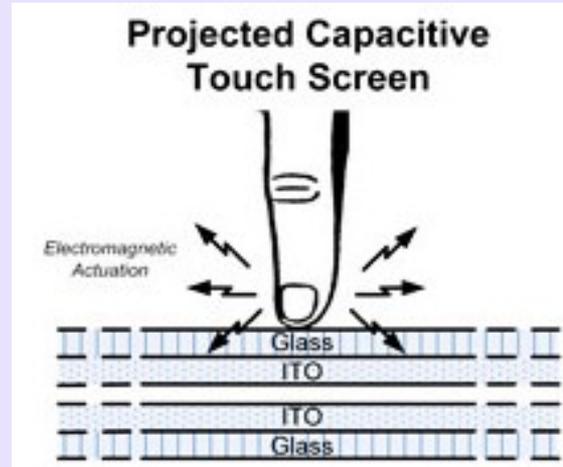
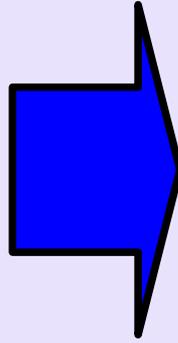


Figura 24.13 Um tipo comum de capacitor utiliza placas dielétricas para separar os condutores.



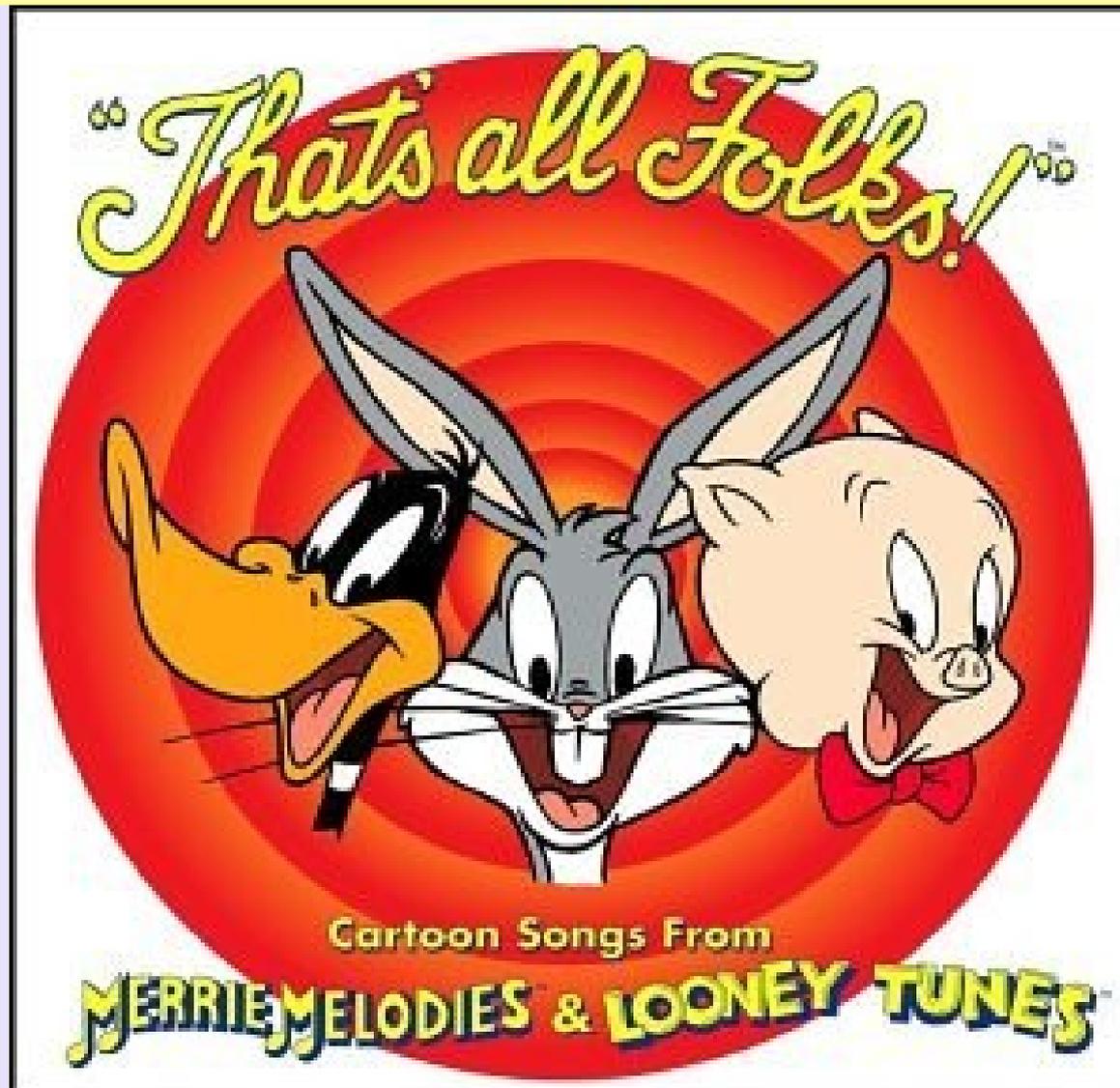
Monitor com tela de toque (Touch Screen)



Telas de toque Capacitiva Projetada consistem num sensor feito com duas camadas de um condutor transparente como o ITO (óxido de índio dopado com estanho) entre duas camadas de vidro. As duas camadas de ITO paralelas formam uma grade de capacitores. Os campos elétricos desses capacitores são projetados através da camada superior do vidro. Durante o toque, o campo elétrico do seu dedo muda a capacitância no ponto da tela, aumentando a capacitância e provocando um acúmulo de carga. A localização do toque é calculada em função da alteração das características elétricas.

A precisão deste tipo de tela é praticamente 100%, e é de alta durabilidade, mas não pode trabalhar em ambientes muito frios ou quentes.

FIM



INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense